

Provas Especialmente Adequadas Destinadas a Avaliar a Capacidade para a
Frequência dos Cursos Superiores dos Maiores de 23 Anos (M23)
Ano Letivo 2020/2021

MODELO DA PROVA ESPECÍFICA DE MATEMÁTICA

1ª Parte

Para cada uma das seguintes questões de escolha múltipla, seleccione a resposta correta com um círculo de entre as alternativas que lhe são apresentadas na sua folha de exame. Atenção, se apresentar mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.

1. Lançam-se simultaneamente dois dados com faces numeradas de 1 a 6 e multiplicam-se os números saídos.

A probabilidade do acontecimento “ o produto dos números saídos é 21 ” é :

- a) 0 b) $\frac{1}{36}$ c) $\frac{1}{18}$ d) $\frac{21}{36}$

2. Uma certa linha do Triângulo da Pascal é constituída por todos os números da forma ${}^{24}C_p$. Escolhendo ao acaso um número dessa linha, qual é a probabilidade de ele ser 1?

- a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{1}{24}$ c) $\frac{1}{25}$ d) $\frac{2}{25}$

3. Seja f uma função de domínio \mathfrak{R} , e seja g a função definida por $g(x) = f(x + 1)$.

A reta de equação $y = 2x + 4$ é a única assintota do gráfico de f .

Qual das seguintes é uma equação da única assintota do gráfico de g ?

- a) $y = 2x + 6$ b) $y = 2x + 4$ c) $y = 2x - 4$ d) $y = 2x - 6$

4. De uma função f de domínio \mathfrak{R} sabe-se que:

• $f(5) = 0$

• f é uma função par

Seja g a função, de domínio \mathfrak{R} , definida por $g(x) = f(x + 3)$.

Qual dos seguintes pode ser o conjunto dos zeros de g ?

- a) $\{0, 3\}$ b) $\{3, 5\}$ c) $\{-8, 2\}$ d) $\{2, 8\}$

5. Seja h a função definida em \mathfrak{R} por $h(x) = x + \log_2\left(\frac{x^2 + 2}{3}\right)$.

O teorema de Bolzano permite-nos afirmar que a equação $h(x)=2$ tem pelo menos uma solução no intervalo:

- a) $] -2, -1[$ b) $] -1, 0[$ c) $] 0, 1[$ d) $] 1, 2[$

6. Para um certo valor de k , é contínua em \mathfrak{R} a função f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1 + 2x}{x} & \text{se } x < 0 \\ k + \ln(1 + x) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Qual é o valor de k ?

- a) 3 b) 2 c) 1 d) 0

7) Seja f a função definida em \mathfrak{R} por $f(x) = 4 + \ln(x)$. Sabe-se que a reta tangente ao gráfico de f num certo ponto P , é paralela à reta de equação $y = \frac{x}{3} + 2$.

Qual é a abcissa de P ?

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 6

8) Qual das seguintes condições define uma reta no plano complexo?

$|z - 1| = 4$ b) $\arg(z) = \frac{\pi}{2}$ c) $3z + 2i$ d) $|z - 1| = |z + i|$

9) Seja $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ uma função derivável em \mathfrak{R} e seja g uma função definida em \mathfrak{R} por:

$$g(x) = \cos(x) \times f(e^{2x}).$$

Qual o valor de $g'(0)$?

- a) 0 b) $f'(1)$ c) $2f'(1)$ d) $2f(1)$

10) Sabe-se que $3 \operatorname{cis}\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ e $3 \operatorname{cis}(\pi)$ são raízes de índice n de determinado número complexo.

Qual dos seguintes pode ser o valor de n ?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 6

2ª Parte

Dos três exercícios que abaixo são apresentados, resolva apenas dois. Apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando os cálculos efetuados e as justificações julgadas necessárias.

1. Considere a função f , definida por:

$$f(x) \begin{cases} x e^{\frac{-1}{x}} & \text{se } x > 0 \\ x^2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

a) Caracterize a função derivada de f

b) Escreva uma equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa 1.

2. Sabe-se que 1% das lâmpadas produzidas numa fábrica são defeituosas. Compraram-se 15 lâmpadas produzidas nessa fábrica. Determine a probabilidade de:

a) Uma e só uma dessas lâmpadas ser defeituosa.

b) Pelo menos duas dessas lâmpadas serem defeituosas.

3. Considere os números complexos $z_1 = \frac{4}{-1 - i\sqrt{3}}$ e $z_2 = 2\text{cis}\left(\frac{5\pi}{3}\right)$.

a) Calcule $\frac{z_1 + \bar{z}_2}{z_1^3}$ e apresente o resultado na forma trigonométrica.

b) Mostre que z_1 e z_2 são raízes de índice 6 do mesmo número complexo e verifique que esse número é real.

COTAÇÕES

1ª Parte

Cada questão..... 1 valor

Subtotal.....10 valores

2ª Parte

Questão 1

Alínea a)..... 2.5 valores

Alínea b)..... 2.5 valores

Questão 2

Alínea a)..... 2.5 valores

Alínea b)..... 2.5 valores

Questão 3

Alínea a)..... 2.5 valores

Alínea b)..... 2.5 valores

Subtotal.....10 valores

Total.....20 valores